ISSN 2701-9012 ZMFP, Vol.7 (2026)

Zeitschrift für Mathematikdidaktik in Forschung und Praxis

Constanze Schadl, Stefan Ufer & Anke Lindmeier

Andere Zahlen – andere Strategietypen? Adaptive Strategiewahl beim Lösen von Aufgaben zur Proportionalität in der Sekundarstufe I

Zusammenfassung

Proportionales Schließen ist ein relevantes, aber für einige Lernende herausforderndes Thema. Proportionale Zusammenhänge brauchen daher im Mathematikunterricht Aufmerksamkeit, wobei Mathematiklehrkräfte abschätzen müssen, welche Aufgaben sich besonders eignen, um proportionale Zusammenhänge einzuführen. Im Lehrplan ist die Behandlung von proportionalen Zusammenhängen bereits in der Primarstufe und den Anfangsjahren der Sekundarstufe vorgesehen. Die Lernenden sollen dabei lernen, proportionale Zusammenhänge als solche zu identifizieren und damit verbundene Probleme mit geeigneten Strategietypen möglichst geschickt zu lösen. Der Beitrag geht auf einer Datengrundlage von 821 Lernenden der Klassenstufen 5 und 6 der Frage nach, inwiefern das Zahlenmaterial und der Aufgabenkontext beeinflussen, ob die Situationsstruktur identifiziert wird und welche Strategie gewählt wird. Bezüglich des Zahlenmaterials zeigt sich klar: Verhältnisse aus dem natürlichen Zahlbereich sind für die meisten Lernenden einfacher zu lösen als rationale. Ein vertrauter Einkaufskontext begünstigt multiplikative Strategietypen. Für die Unterrichtspraxis bedeutet das, dass sich der Einkaufskontext besonders anbietet, unterschiedliche Strategietypen und deren adaptive Auswahl explizit zu diskutieren. Zudem kann ein Voranschreiten über zunehmend komplexes Zahlenmaterial helfen, das Strategierepertoire der Lernenden zu erweitern und eine adaptive Strategiewahl gezielt zu fördern.

Dr. habil., Constanze Schadl, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Regensburger Str. 160, 90478 Nürnberg, Deutschland.

e-mail: constanze.schadl@fau.de

Prof. Dr., Anke Lindmeier, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Regensburger Str. 160, 90478 Nürnberg, Deutschland

e-mail: anke.lindmeier@fau.de

Prof. Dr., Stefan Ufer, Ludwig-Maximilians-Universität München, Theresienstraße. 39, 80333 München, Deutschland

e-mail: ufer@math.lmu.de

Schlagworte

Proportionales Schließen; Strategienutzung; systematische Variation des Zahlenmaterials; Sonderrolle des Einkaufskontextes; Sekundarstufenunterricht Mathematik

1. Einführung

Proportionale Zusammenhänge begegnen uns in verschiedenen Alltagssituationen, etwa in Einkaufssituationen oder bei der Bestimmung von Mischverhältnissen. Zudem ist empirisch abgesichert, dass ein erfolgreicher Erwerb der Fähigkeiten zum proportionalen Schließen späteren mathematischen Lernerfolg, beispielsweise in der Bruchrechnung, vorhersagt (z.B. Hansen et al., 2015; Schadl & Ufer, 2023b). Entsprechend ist in den Bildungsstandards eine Auseinandersetzung mit proportionalen Zusammenhängen bereits ab der Primarstufe vorgesehen. Es ist aber dokumentiert, dass einige Lernende proportionale Zusammenhänge als herausfordernd wahrnehmen (Fernández et al., 2011, 2012; Schadl, 2020). Als typische Schülerfehler werden mitunter ein Nicht-Identifizieren der proportionalen Situationsstruktur sowie fehlerhafte Strategienutzungen beobachtet. Wie Mathematiklehrkräfte den Erwerb der Fähigkeiten zum proportionalen Schließen unterstützen können, ist daher eine wichtige Frage. Dazu ist zuerst zu beschreiben, welche proportionalen Zusammenhänge mehr oder weniger Schwierigkeiten bereiten und welche Strategietypen[1] bei der Aufgabenlösung herangezogen werden. Dadurch sollten Lehrkräfte besser abschätzen können, welche Aufgaben sich gut eignen, um das Konzept der Proportionalität einzuführen.

Für den Unterricht erscheint es sinnvoll, sich mit dem Zahlenmaterial, den Kontexten und Strategietypen beim Lösen von Aufgaben mit proportionalen Zusammenhängen auseinanderzusetzen. Das Zahlenmaterial beeinflusst gewöhnlich die Aufgabenschwierigkeit. Weiterhin ist die Betrachtung der Strategietypen wichtig, weil je nach Zahlenmaterial die Nutzung unterschiedlicher Strategietypen sinnvoll ist. Kontexte sollen allgemein so gewählt sein, dass sie an die Vorerfahrungen der Kinder

[1] Unter dem Begriff Strategietypen werden im Beitrag prototypische Strategien verstanden.

anknüpfen, aber die Breite der Kontexte sollte im Laufe der Sekundarstufe und möglicherweise bereits am Ende der Primarstufe erweitert werden.

Der vorliegende Beitrag klärt den Einfluss schwierigkeitsgenerierender Merkmale von proportionalen Zusammenhängen und der Strategienutzung der Lernenden auf die Lösungsrate und leitet Schlussfolgerungen für die Unterrichtspraxis ab.

2. Forschungsstand

Wie können Fähigkeiten zum proportionalen Schließen erfasst werden?

Beim proportionalen Schließen geht es zunächst darum, die zugrundeliegende Situationsstruktur zu erkennen: Ist sie überhaupt proportional oder nicht-proportional? Zur Erfassung der Fähigkeiten werden oft Aufgaben verwendet, bei denen drei Größen gegeben sind und die vierte zu ermitteln ist. Folgende Situationen können als Beispiele für eine proportionale und nicht-proportionale Situationsstruktur dienen (Schadl, 2020; Van Dooren et al., 2009):

Einkaufskontext (proportionale Situationsstruktur):

In einem Schreibwarenladen kosten 6 Packungen mit Stiften 12€. Eine Lehrerin kauft 9 solche Packungen ein. Wie viel € muss sie bezahlen?

Rennbahn (nicht-proportionale[2] Situationsstruktur):

Paula und Mia laufen um eine Rennbahn. Paula läuft genauso schnell wie Mia, doch Paula läuft später los. Als Paula 3 Runden gelaufen ist, ist Mia bereits 9 Runden gelaufen. Nach einer Weile ist Paula 15 Runden gelaufen. Wie viele Runden ist Mia dann gelaufen?

Strategietypen

Wenn eine Situationsstruktur als proportional identifiziert wurde, stehen verschiedene Strategietypen zur Verfügung, um die Aufgabe zu lösen. Im Einkaufskontext kann beispielsweise die Anzahl der Packungen mit den Kosten verglichen werden (siehe Abbildung 1a). Die Multiplikation mit dem Faktor 2 führt dann auf das korrekte Ergebnis (ebd., siehe auch Abbildung 2, linke Schülerlösung). Alternativ können die Anzahlen

[2] In diesem Fall ist die Situationsstruktur additiv.

der Packungen verglichen werden (siehe Abbildung 1b), wobei die Multiplikation mit dem Faktor 1,5 das Ergebnis 18 liefert. In erstem Fall erfolgt der Vergleich *zwischen* der Einkaufsmenge und den Kosten. Man nennt dieses Verhältnis zwischen zusammengehörigen Werten verschiedener zueinander proportionaler Größen *externales* Verhältnis (Van Dooren et al., 2009; entspricht dem äußeren Verhältnis). Im zweiten Fall erfolgt der Vergleich *innerhalb* der Einkaufsmenge. Man nennt dieses Verhältnis *internales* Verhältnis (entspricht dem inneren Verhältnis). Wird eine proportionale Situationsstruktur nicht als solche identifiziert, so werden häufig falsche additive Vergleiche angewendet. Ein externaler Strategietyp, bei welchem die Gleichheit der äußeren Verhältnisse genutzt wird und entsprechend externale Verhältnisse fokussiert werden, führt dann zu der Rechnung 9 + 6 = 15. Ein internaler Strategietyp, bei welchem die Gleichheit der inneren Verhältnisse genutzt wird und entsprechend internale Verhältnisse fokussiert werden, führt zu der Rechnung 12 + 3 = 15 (siehe Abbildung 3a). Bei der Rennbahn-Aufgabe hingegen führt—aufgrund einer additiven Situationsstruktur—bei der Nutzung eines externalen Strategietyps die Rechnung 15 + 6 = 21 und bei einem internalen Strategietyp die Rechnung 9 + 12 = 21 zu dem korrekten Ergebnis (siehe Abbildung 3b, vgl. Schülerlösungen in Abbildung 4).[3]

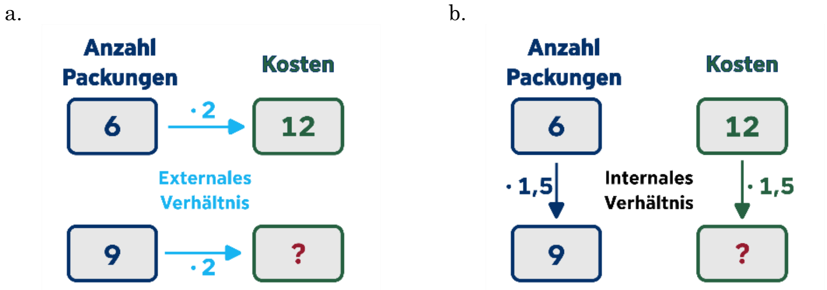
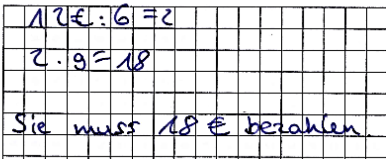


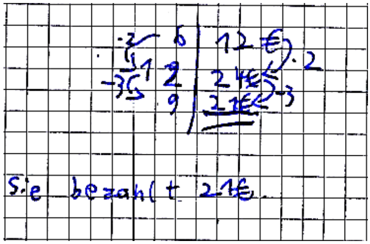
Abbildung 1: Nutzung eines externalen (links) und internalen (rechts) Strategietyps am Beispiel des Einkaufskontextes

[3] Im Beitrag werden, wenn nicht anders erwähnt, unter einem multiplikativen und additiven Strategietyp die beschriebenen Strategien mit einer Fokussierung des externalen oder internalen Verhältnisses verstanden.

In einem Schreibwarenladen kosten 6 Packungen mit Stiften 12€. Eine Lehrerin kauft 9 solche Packungen ein. Wie viel € muss sie bezahlen? Schreibe Deine Rechnung auf.



6. Klasse, Realschule, Junge, multiplikativ external



6. Klasse, Realschule, Mädchen, unsystematisches Operieren mit Zahlenmaterial

Abbildung 2: Exemplarische Lösungen von Lernenden der Klassenstufe 6 bei der Bearbeitung des Einkaufstextes

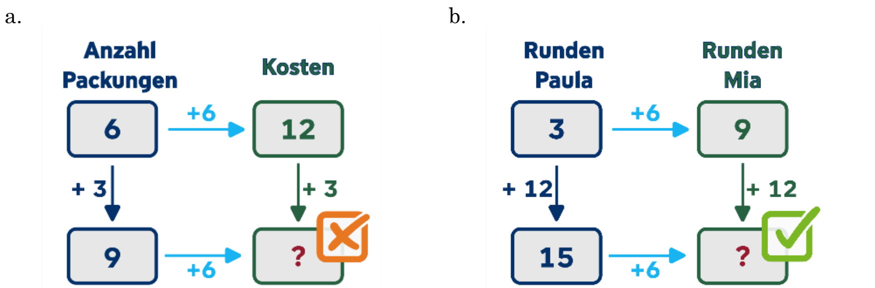
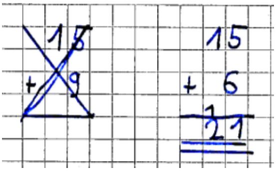


Abbildung 3: Nutzung eines additiven Strategietyps am Beispiel des Einkaufskontextes (links) und der Rennbahn-Aufgabe (rechts)

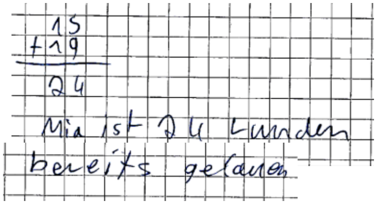
Die Beispiele illustrieren unterschiedliche numerische Strukturen. Im Einkaufskontext-Beispiel stammt das externale Verhältnis aus dem *natürlichen* Zahlbereich, wohingegen das internale Verhältnis *rational*[4] ist (numerische Struktur NQ).

[4] Verkürzt schreiben wir in diesem Beitrag *rationale Zahl*, wenn eine nicht-natürliche Zahl aus dem rationalen Zahlbereich, d.h. eine Zahl äquivalent zu einem echten Bruch gemeint ist.

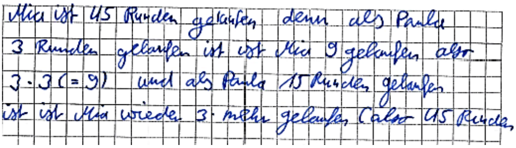
Paula und Mia laufen um eine Rennbahn. Paula läuft genauso schnell wie Mia, doch Paula läuft später los. Als Paula 3 Runden gelaufen ist, ist Mia bereits 9 Runden gelaufen. Nach einer Weile ist Paula 15 Runden gelaufen. Wie viele Runden ist Mia dann gelaufen? Schreibe Deine Rechnung auf.



5. Klasse, Gymnasium, Mädchen, additiv external



6. Klasse, Realschule, Junge, unsystematisches Operieren mit Zahlenmaterial



5. Klasse, Gymnasium, Mädchen, multiplikativ external

Abbildung 4: Exemplarische Lösungen von Lernenden der Klassenstufe 6 bei der Bearbeitung der Rennbahn-Aufgabe

Genauso gut könnte man beide Verhältnisse aus dem natürlichen (numerische Struktur NN) oder rationalen (numerische Struktur QQ) oder das externale Verhältnis aus dem rationalen und das internale aus dem natürlichen Zahlbereich (numerische Struktur QN) wählen. Konkretes Zahlenmaterial für diese numerischen Strukturen sind in Tabelle 1 dargestellt, wobei der erste Buchstabe das externale, der zweite das internale Verhältnis beschreibt. Der Buchstabe N steht für eine Zahl aus dem natürlichen Zahlbereich, der Buchstabe Q für eine rationale Zahl. Je nach Zahlenmaterial ist die Nutzung eines externalen oder internalen Strategietyps mehr oder weniger geschickt, weil er entweder ein Operieren mit Brüchen, welches fehleranfälliger ist, vermeidet oder ein- statt zweischrittige Lösungen erlaubt.

NN-Struktur	NQ-Struktur	QN-Struktur	QQ-Struktur

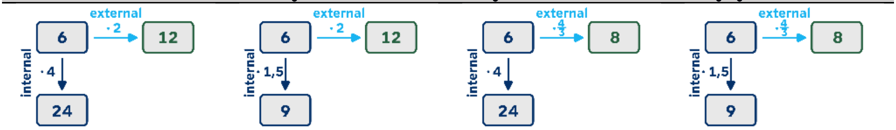


Tabelle 1: Exemplarisches Zahlenmaterial zum Einkaufskontext in den numerischen Strukturen NN, NQ, QN und QQ

Empirie – systematische Manipulation des Zahlenmaterials

Empirische Studien zeigen, dass die systematische Manipulation des Zahlenmaterials einen Einfluss auf das Antwortverhalten der Lernenden hat (z.B. Fernández et al., 2011, 2012; Schadl, 2020; Schadl & Lindmeier, 2025; Van Dooren et al., 2009; Van Dooren et al., 2010). So ist dokumentiert, dass sich die numerische Struktur NN als besonders einfach für die meisten Lernenden erweist, wohingegen die Struktur QQ besonders schwierig ist. Bezüglich der Frage, ob Lernende besser mit der Struktur NQ oder QN zurechtkommen, ist die Befundlage bislang nicht konsistent. Van Dooren et al. (2009) beobachten in ihrer belgischen Studie ähnlich hohe Lösungsraten für die Strukturen NN und QN, die sich leichter als NQ und QQ erweisen. Im deutschen Kontext erweist sich dagegen in ersten Studien die Struktur NQ für die meisten Lernenden leichter als QN, wobei für NQ weitgehend ähnlich hohe Lösungsraten wie für NN zu beobachten sind (Schadl, 2020; Schadl & Lindmeier, 2025; Schadl & Ufer, 2023a). Dieses Ergebnis zeigt sich sowohl bei offenen Aufgabenformaten (Schadl, 2020), bei denen die Lernenden die proportionalen Zusammenhänge selbst lösen, als auch in geschlossenen Formaten[5] (Schadl & Lindmeier, 2025), bei denen die Lernenden die korrekte Lösung aus einer Auswahl von Lösungen auswählen. Eine plausible Erklärung wäre, dass die Lernenden im deutschen Kontext eher externale Strategietypen bei der Aufgabenlösung nutzen, während dies im internationalen Kontext eher internale Strategietypen sind.

Präferenz für multiplikative bzw. additive Strategietypen

Lernende präferieren vor allem in niedrigeren Klassenstufen additive Strategietypen (Degrande et al., 2019; Fernández et al., 2011; Van Dooren et al., 2009; Van Dooren et al., 2010). Studien zeigen zudem,

[5] Das geschlossene Antwortformat wurde im Rahmen der Testdigitalisierung eingeführt.

dass—auch in höheren Klassenstufen—insbesondere die Struktur QQ additiv bearbeitet wird. Das führt etwa dazu, dass für additive Situationsstrukturen höhere Lösungsraten für die Struktur QQ erzielt werden als für NN. Bei NN werden dafür deutlich häufiger multiplikative Strategien beobachtet (Fernández et al., 2011; Van Dooren et al., 2009). Gerade für höhere Klassenstufen wird beschrieben, dass (falsche) multiplikative Strategietypen in additiven Situationsstrukturen vor allem bei den Strukturen NN und QN verstärkt vorkommen (Degrande et al., 2019; Fernández et al., 2011; Van Dooren et al., 2009; Van Dooren et al., 2010). Insgesamt sind damit auf Basis aktueller Forschungsliteratur verschiedene Interpretationen möglich: Erstens liegt nahe, dass der Großteil der Lernenden proportionale Situationsstrukturen nicht von nicht-proportionalen unterscheiden kann und sich bei der Aufgabenlösung primär an dem gegebenen Zahlenmaterial orientiert. Dabei kann vermutet werden, dass die meisten Lernenden multiplikative Strategietypen bei der Aufgabenlösung nutzen, wenn sie ein natürliches Zahlverhältnis vorfinden. Additive Strategietypen werden hingegen eher bei rationalen Zahlverhältnissen genutzt. Weiterhin könnten die Lernenden eine Präferenz für multiplikative oder additive Strategietypen haben und diese somit nicht gezielt auswählen (Degrande et al., 2018; Degrande et al., 2019).

Einkaufskontext als Spezialfall

Empirisch erweist sich der Einkaufskontext als besonders einfach (Schadl & Ufer, 2023a; Van Dooren et al., 2009). Dieser Kontext scheint den Lernenden aus dem Alltag besonders vertraut zu sein, sodass sie flexibler zwischen Strategietypen wählen können. Alternativ könnte es auch sein, dass Lernende feste Kontext-Strategietyp Verbindungen (in diesem Fall: Einkaufskontext—multiplikativ) erworben haben, was ein Hinweis auf wenig flexible Fähigkeiten wäre (Carraher et al., 1985).

Weitere Strategietypen

Neben der Nutzung von multiplikativen und additiven Strategietypen bei einer Fokussierung des externalen oder internalen Verhältnisses werden in der Literatur weitere Strategietypen beschrieben. Als Sonderfall für den multiplikativ internalen Strategietyp wird der Dreisatz beschrieben (Christou & Philippou, 2001). Am Beispiel des Einkaufskontextes würden hier zunächst über das Verhältnis der Einkaufsmenge (als Standardvorgehen) die Kosten für eine Einheit der Einkaufsmenge und dann für n Einheiten die Kosten der gesamten Einkaufsmenge bestimmt werden (siehe Abbildung 5a). Diese Strategienutzung wird insbesondere zu Beginn der Sekundarstufe bei den Lernenden beobachtet (Christou & Philippou, 2001). Weiterhin wird in der Literatur ein kreuzweises Multiplizieren als Strategietyp beschrieben, welches auf das routinemäßige Lösen von Verhältnisgleichungen zurückgeführt werden kann (siehe Abbildung 5b; Toluk-Ucar & Bozkus, 2018). Beim vorgestellten Einkaufskontext führen beispielsweise die (externalen) Relationen 6 Packungen ≙ 12€ und 9 Packungen ≙ x€ zu der Gleichung $6x = 12 \cdot 9$, wobei eine Äquivalenzumformung $x = 18$ liefert. Darüber hinaus werden typischerweise Lösungen beobachtet, die auf ein wenig formalisiertes und unsystematisches Operieren mit dem gegebenen Zahlenmaterial hinweisen (Schadl, 2020; Van Dooren et al., 2009; siehe rechte Lösungen in Abbildungen 2 und 4).

Zusammenfassend weisen die Studien darauf hin, dass sich das Zahlenmaterial und der Kontext auf die Lösungsrate und Strategiewahl auswirken. Insofern stellt sich die Frage, inwiefern Lernende *flexibel* zwischen verschiedenen Strategien für Proportionalitäten wechseln können, und inwiefern sie *adaptiv* Strategien wählen, die für das jeweilige Zahlenmaterial besonders einfache Lösungen ermöglichen. Damit ist notwendigerweise verbunden, dass eine Situationsstruktur als proportional erkannt wird. Eine systematische Untersuchung, die diese Einflüsse im Wechselspiel betrachtet, fehlt bisher in Deutschland. Mathematiklehrkräfte könnten jedoch davon profitieren, weil sie dann besser abschätzen könnten, welche Aufgaben sich gut eignen, um das Konzept der Proportionalität und einzelne Strategietypen einzuführen. Zudem könnten sie gezielt Aufgabensequenzen (idealerweise mit zunehmender Schwierigkeit und mit Anschlussfähigkeit an vorherige Aufgabentypen) wählen, um das Erkennen der Situationsstruktur in Verbindung mit einer adaptiven Anwendung verschiedener Strategietypen anzuregen.

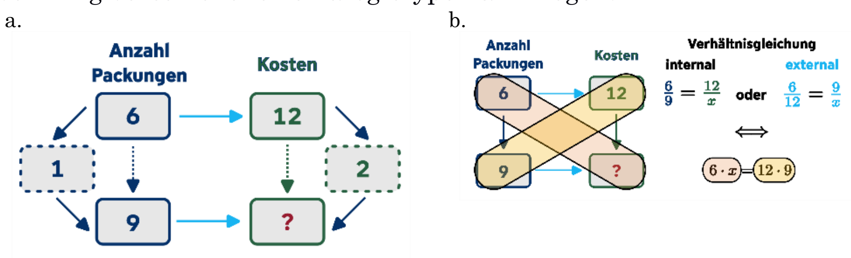


Abbildung 5: Nutzung einer Dreisatzstrategie (links) und kreuzweisen Multiplikation (rechts) am Beispiel des Einkaufskontextes

3. Fragestellung und Methodik

Vor dem Hintergrund der rezipierten Literatur werden in dieser Studie für zentrale Aufgabenmerkmale (u.a. natürliches oder rationales externales oder internales Verhältnis, Einkaufskontexte und Nicht-Einkaufskontexte) folgende aufeinander aufbauende Fragestellungen für die Anfangsjahre der Sekundarstufe I beantwortet:

- Welche Aufgabenmerkmale charakterisieren einfache, mittlere und schwierige Aufgaben zur Proportionalität?
- Welche Strategietypen nutzen Lernende beim Lösen von proportionalen Zusammenhängen? Hängt der verwendete Strategietyp vom Zahlenmaterial ab?

Um diese Fragestellungen zu beantworten, wurden Daten von 821 Lernenden erhoben. Die erste Teilstichprobe umfasst $N = 411$ Lernende (43.8% weiblich, 56.2% männlich) aus Bayern (47.7% Gymnasium, 52.3% Realschule), die zu Beginn der Klassenstufe 6 einen Test zum proportionalen Schließen im Paper-Pencil-Format bearbeiteten. Dieser umfasste 11 Sachsituationen mit offenem Aufgabenformat, bei denen die Lernenden die Lösung selbständig ermitteln sollten, darunter neun Sachsituationen mit multiplikativer und zwei mit additiver Situationsstruktur. Beispiele sind im Einführungsteil (Einkaufskontext, Rennbahn) dargestellt. Die zweite Teilstichprobe umfasste $N = 410$ Lernende (46.9% weiblich, 53.1% männlich) der Klassenstufe 5, von denen 78.3% ein Gymnasium, eine Regelschule oder Gesamtschule in Thüringen und 21.7% ein bayerisches Gymnasium besuchten. Diese 410 Lernenden bearbeiteten zu drei Messzeitpunkten[6] drei digitale Tests im geschlossenen Aufgabenformat. Dafür wurde der offene Arbeitsauftrag ‚Schreibe Deine Rechnung auf' durch sechs Antwortalternativen ersetzt. Diese waren so gestaltet, dass aus der Antwort auf die Nutzung eines multiplikativen oder additiven Strategietyps oder auf ein sonstiges, eher unsystematisches Operieren mit dem Zahlenmaterial geschlossen werden kann. Letzteres umfasste dabei in der Regel additive und subtraktive Rechenhandlungen

[6] Aufgrund der verschiedenen Messzeitpunkte unterscheiden sich die Stichprobengrößen zu den Messzeitpunkten. Test 1 wurde von $N = 381$, Test 2 von $N = 373$ und Test 3 von $N = 288$ Lernenden bearbeitet. Dabei ist zu beachten, dass der dritte Test zum Zeitpunkt der Datenauswertung lediglich von den Lernenden aus Thüringen bearbeitet wurde.

mit dem gegebenen Zahlenmaterial (vgl. rechte Lösungen in den Abbildungen 2 und 4). Nähere Informationen zur Datenanalyse sind im Anhang in 7.1 dargestellt.

4. Ergebnisse

Aufgabenmerkmale

In Bezug auf die erste Fragestellung erweisen sich die numerischen Strukturen NN und NQ einfacher als die Strukturen QN und QQ, wobei letztere die schwierigste Anforderung darstellt[7] (siehe Abbildung 6). Der Einkaufskontext erweist sich erwartungskonform in allen numerischen Strukturen und für beide Klassenstufen als einfacher als die Nicht-Einkaufskontexte (ebd.). Bei den Strukturen NN und NQ fällt den Lernenden das offene Antwortformat für alle Kontexte etwas leichter als das geschlossene. Allerdings fällt den Lernenden bei den Strukturen QN und QQ zu den Einkaufskontexten das geschlossene Antwortformat etwas leichter. Bei den Nicht-Einkaufskontexten scheint die Lösungsrate bei den schwierigeren numerischen Strukturen nicht vom Antwortformat abzuhängen. Ob als Zahlenmaterial Vielfache oder keine Vielfache von zehn gegeben sind, scheint dabei nicht von großer Bedeutung zu sein. Lediglich für die numerische Struktur NQ liegt eine Tendenz vor, dass der Umgang mit einem Zahlmaterial aus Vielfachen von zehn einigen Lernenden etwas leichter fällt.

Strategietypen

Hinsichtlich der Strategiewahl kann beobachtet werden, dass die Lernenden den Strategietyp in Abhängigkeit von dem Zahlenmaterial der Aufgabe ändern (detaillierte Ergebnisse siehe Tabellen A2 – A6 im Anhang). Die Lernenden der Klassenstufe 5 kreuzen bei dem geschlossenen Aufgabenformat für die Strukturen NN und NQ bei Einkaufskontexten am häufigsten Ergebnisse an, die auf eine Nutzung von multiplikativen Strategietypen zurückzuführen sind. Dabei zeigt sich eine Abnahme der Nutzung von multiplikativen Strategietypen über QN hin zu QQ (siehe Abbildung 7). Weiterhin fällt entlang dieser Strukturen auf, dass die Lernenden mit zunehmender Häufigkeit Ergebnisse ankreuzen, welche sich auf die Nutzung eines additiven Strategietyps zurückführen lassen

[7] Lösungsraten sind detailliert im Anhang in Tabelle A1 dargestellt.

(ebd.). Diese Trends lassen sich auch für Nicht-Einkaufskontexte beobachten. Dass ein Großteil der Lernenden bei Aufgaben, bei denen kein Ergebnis vorgegeben war, welches auf einen additiven Strategietyp zurückgeführt werden kann, die Kategorie ‚Kein Ergebnis ist richtig' angekreuzt (siehe Tabellen A3 und A4), deutet an, dass einige dieser Lernenden hier einen solchen genutzt hätten. Insgesamt nutzen die Lernenden in allen numerischen Strukturen der Einkaufskontexte multiplikative Strategietypen häufiger als additive.

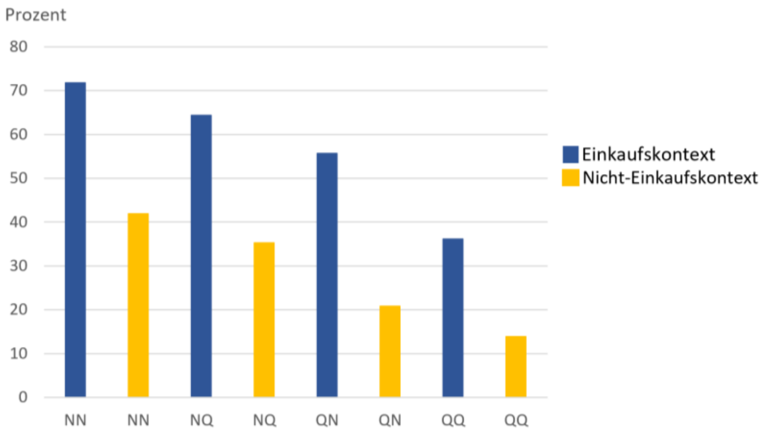


Abbildung 6: Lösungsraten für Einkaufskontexte (blau) und Nicht-Einkaufskontexte (gelb), dargestellt für die numerischen Strukturen NN, NQ, QN und QQ

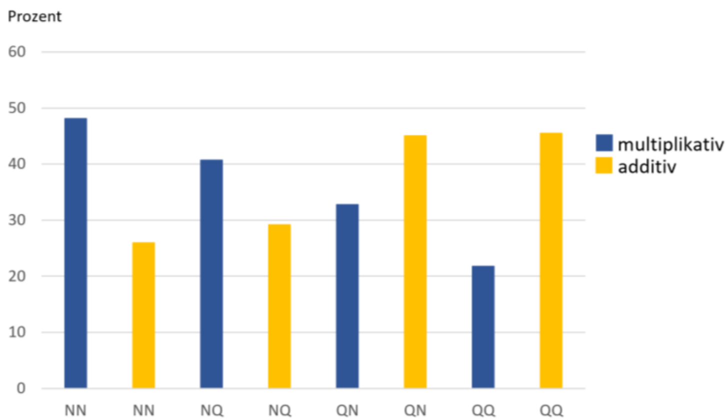


Abbildung 7: Nutzung eines multiplikativen (blau) und additiven (gelb) Strategietyps, dargestellt für die numerischen Strukturen NN, NQ, QN und QQ

Ob die Lernenden in Klassenstufe 5 bei der Aufgabenlösung eher einen externalen oder internalen Strategietyp nutzen, ist bei dem geschlossenen Aufgabenformat auf der Datengrundlage nicht zu erschließen. Allerdings erlauben die Daten aus dem offenen Aufgabenformat der Klassenstufe 6 eine vertiefte Analyse. Zunächst einmal ist auch in Klassenstufe 6 der Trend zu beobachten, dass die Lernenden bei multiplikativen Situationsstrukturen vor allem bei den Strukturen NN und NQ multiplikative Strategietypen nutzen und diese Strategienutzung über QN hin zu QQ deutlich abnimmt. Dabei ist auch in dieser Klassenstufe entlang dieser Strukturen eine Zunahme der additiven Strategietypen zu beobachten, wobei die Lernenden additive Strategietypen häufiger bei den Nicht-Einkaufskontexten als bei den Einkaufskontexten nutzen (siehe Tabelle A5). Für die beiden Aufgaben mit additiver Situationsstruktur lässt sich dieser Trend bestätigen (ebd.).

Ob die Lernenden der Klassenstufe 6 eher externale oder internale Strategietypen nutzen, scheint vom Kontext abzuhängen. So zeigt sich bei den Einkaufskontexten, dass die meisten Lernenden bei den Strukturen NN und QQ einen internalen Strategietyp nutzen (siehe Abbildung 8). Für NQ und QN lässt sich beobachten, dass die meisten Lernenden das Verhältnis aus dem natürlichen Zahlbereich fokussieren und damit adaptiv einen externalen oder internalen Strategietyp nutzen (ebd.). Bei den Nicht-Einkaufskontexten nutzen die meisten Lernenden unabhängig von der Situationsstruktur einen externalen Strategietyp (siehe Abbildung 9), wobei multiplikative Strategietypen häufiger bei den numerischen Strukturen NN und NQ als bei QN zu beobachten sind und additive dagegen häufiger bei QN als bei den Strukturen NN und NQ. Bei den QN-Strukturen nutzen die Lernenden mit 19.7% und 13.3% häufiger internale Strategietypen als bei den Strukturen NN und NQ (siehe Tabelle A6). Betrachtet man die Dreisatzstrategie separat von den multiplikativen Strategietypen, so lässt sich beobachten, dass die Lernenden den Dreisatz eher bei Einkaufskontexten (NN: 4.7%, NQ: 11.6%, QN: 5.6%, QQ: 19%) als bei Nicht-Einkaufskontexten (NN: 0%, NQ: 1.1 und 1.6%, QN: 0.8%) nutzen, dieser insgesamt aber nicht das dominante Bearbeitungsmuster darstellt.

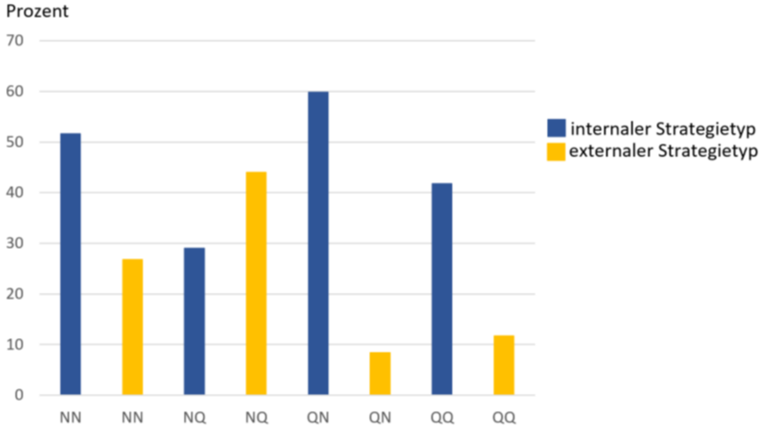


Abbildung 8: Nutzung eines internalen (blau) und externalen (gelb) Strategietyps beim Lösen von Einkaufskontexten in den numerischen Strukturen NN, NQ, QN und QQ

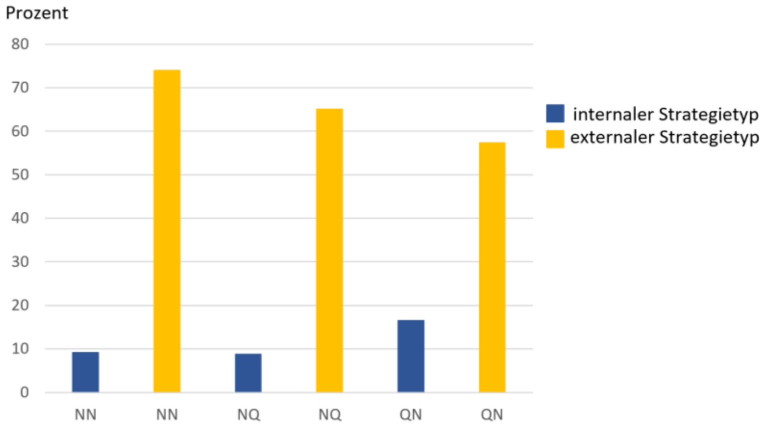


Abbildung 9: Nutzung eines internalen (blau) und externalen (gelb) Strategietyps beim Lösen von Nicht-Einkaufskontexten in den numerischen Strukturen NN, NQ und QN

5. Kritische Diskussion

Die Bedeutung der Fähigkeiten zum proportionalen Schließen zeigt sich an ihrer curricularen Verankerung ab der Primarstufe und dem empirisch erwiesenen Einfluss auf das weitere erfolgreiche Mathematiklernen (Schadl & Ufer, 2023b). Jedoch haben einige Lernende Probleme im Umgang mit proportionalen Zusammenhängen (Fernández et al., 2011, 2012). Wissen darüber, was konkret für Lernende zu Beginn der Sekundarstufe besondere Schwierigkeiten bereitet und welche Strategietypen Lernende anwenden, kann dabei helfen, Lerngelegenheiten zielgenauer zu planen.

Unsere Ergebnisse bestätigen die aus diversen, teils internationalen Studien abgeleiteten Vermutungen, dass das Zahlenmaterial und insbesondere die enthaltenen Zahlverhältnisse die Lösungsraten und Strategiewahl der Lernenden beeinflussen. Den meisten Lernenden fällt die Bearbeitung von natürlichen Zahlverhältnissen besonders leicht und diejenige von rationalen besonders schwer. Dies steht im Einklang mit früheren Studien (Degrande et al., 2019; Fernández et al., 2012; Van Dooren et al., 2009) und ist insofern plausibel, als dem Großteil der Lernenden in diesen Klassenstufen das Multiplizieren und Dividieren mit natürlichen Zahlen lehrplankonform leichter fallen sollte als mit rationalen Zahlen. Unabhängig von den Klassenstufen zeigt sich, dass multiplikative Strategietypen am häufigsten bei den numerischen Strukturen NN und NQ genutzt und über QN hin zu QQ von additiven Strategietypen abgelöst werden, was mit einigen früheren Befunden verträglich ist (z.B. Fernández et al., 2011; Schadl & Lindmeier, 2025; Van Dooren et al., 2010). Es bietet sich für den Mathematikunterricht also an, dass zunächst einmal die numerische Struktur NN thematisiert wird, um proportionale Zusammenhänge grundlegend zu behandeln. Mathematiklehrkräfte müssen aber sicherstellen, dass sie dabei nicht stehen bleiben, denn die Daten zeigen, dass ein automatischer Transfer auf andere numerische Strukturen unwahrscheinlich ist. Die Behandlung der numerischen Struktur NQ scheint hierbei keinen großen Mehrwert zu liefern, da einige Lernende diese Struktur mit ähnlichen Strategietypen wie die NN-Struktur lösen. Ertragreicher dürften Aufgaben mit den Strukturen QN und QQ sein, da sie Lernende aus den „Komfortzonen“ holen und eine Erweiterung des Strategierepertoires anstoßen können.

Dass sich die Struktur NQ im Vergleich zu der Struktur QN als einfacher erweist, stützt Befunde aus Vorstudien (Schadl & Lindmeier, 2025; Schadl & Ufer, 2023a). Interessanterweise steht dies jedoch im Widerspruch zu den Befunden von Van Dooren et al. (2009). Dass die Lernenden aus Deutschland im Vergleich zu Belgien vermehrt externale Strategietypen bei der Aufgabenlösung nutzen, könnte daran liegen, dass die deutschen Lernenden das Zahlenmaterial aufgrund der Oberflächenstruktur in der Reihenfolge bearbeiten, in der die Zahlen präsentiert werden. Andererseits muss diese plausible Erklärung dadurch abgeschwächt werden, dass das Zahlenmaterial im internationalen Kontext in derselben Reihenfolge dargeboten wurde (vgl. Cohors-Fresenborg et al., 2004). Generell ist es jedoch für die Ausbildung flexibler Fähigkeiten sinnvoll, die Reihenfolge der Angaben bei Lernaufgaben im Mathematikunterricht zu variieren[8]. Informationen darüber, ob in Deutschland und Belgien prinzipiell unterschiedliche Standardverfahren gelehrt werden, was ebenfalls die Strategiewahl und Lösungsraten beeinflussen könnte, liegen nicht vor.

Überraschend in ihrer Deutlichkeit ist der frühere Hinweise bestätigende Befund, dass die Einkaufskontexte im Vergleich zu den Nicht-Einkaufskontexten durchgängig eine Sonderrolle einnehmen und in allen numerischen Strukturen einfacher sind (Schadl & Ufer, 2023a; Van Dooren et al., 2009). Das ist insofern plausibel, als Einkaufskontexte für den Großteil der Lernenden aufgrund von Alltagserfahrungen besonders vertraut sind. Gleichzeitig müssen Lehrkräfte im Blick haben, dass Lernende, die Einkaufskontexte kompetent lösen, trotzdem erhebliche Schwierigkeiten bei strukturgleichen Aufgaben in anderen Kontexten haben können. Sie eignen sich also weniger für Lernzielüberprüfungen. Offen bleibt an dieser Stelle, ob weitere aus dem Alltag vertraute Kontexte eine spezielle Rolle einnehmen. Geschwindigkeitskontexte könnten hier ab einem bestimmten Alter ein möglicher Kandidat sein.

Dass die meisten Lernenden offene Aufgaben für die numerischen Strukturen NN und NQ etwas besser lösen als geschlossene und dies mit externalen Strategien in Verbindung steht, lässt sich folgendermaßen erklären: Vermutlich fällt es den Lernenden bei einer Fokussierung des natürlichen Zahlverhältnisses leichter, die Aufgabe selbst multiplikativ zu lösen als das korrekte Ergebnis aus einer Reihe an Ergebnissen auszuwählen. Umgekehrt kann ein geschlossenes Aufgabenformat bei schwierigeren Strukturen (QN, QQ) oder der flexiblen Strategiewahl unterstützend wirken, da die Antwortalternativen als Anlass genutzt werden können, um andere Lösungswege anzuregen (Wie wurde vermutlich gerechnet?).

[8] Die Aufgaben in unseren Studien wurden aus forschungspraktischen Gründen alle nach dem gleichen Muster gebildet.

Die Ergebnisse liefern im Weiteren Evidenz, dass die Lernenden kontextbezogen externale oder internale Strategietypen nutzen. Während die meisten Lernenden für die Einkaufskontexte internale Strategietypen nutzen, werden für die Lösung von Nicht-Einkaufskontexten eher externale Strategietypen genutzt (siehe Tabelle A6). Dieser Befund kann nicht, wie man leicht annehmen könnte, damit erklärt werden, dass die Lernenden vor allem für die Einkaufskontexte Dreisatzstrategien nutzen, da dieser Strategietyp insgesamt selten auftritt. Es kann jedoch vermutet werden, dass einige Lernende den Preis für eine Einheit (entspricht externalem Verhältnis) lediglich im Kopf berechnen und nicht im Rahmen des Lösungsweges zu Papier bringen. Ein klarer Hinweis auf eine adaptive Strategiewahl ist der aus der Reihe tanzende Befund, dass die Lernenden beim Einkaufskontext mit numerischer Struktur NQ (d.h. bei ganzzahligen Preisen) eher das externale Verhältnis fokussieren statt ansonsten das im Einkaufskontext dominante internale. In diesem Fall ist ein externaler Strategietyp auch einfacher als ein internaler. Ähnlich werden bei den Nicht-Einkaufskontexten mit QN-Strukturen im Vergleich zu den Strukturen NN und NQ häufiger internale Verhältnisse fokussiert, was ebenso auf eine adaptive, jedoch noch nicht optimale Strategienutzung hinweist. Ein Vergleichen von Lösungen zu beiden Kontexten könnte den Lernenden erlauben, die Strategiewahl vom jeweiligen Kontext zu lösen und eher am Zahlenmaterial zu orientieren.

Zusammenfassend zeichnet die Studie klare Herausforderungen im Umgang mit proportionalen Zusammenhängen nach und legt folgende Implikationen für den Mathematikunterricht nahe: (1) Eine erste Hürde ist die Identifikation der richtigen Situationsstruktur. Mögliche Lerngelegenheiten ergeben sich beispielsweise aus dem gezielten Vergleich von prototypischen Situationen mit proportionaler sowie solchen mit nicht-proportionaler, zum Beispiel additiver Struktur in vertrauten Kontexten. Dabei kann der Aufbau des passenden Situationsmodells vor einer rechnerischen Lösung ähnlich zu Vorschlägen zum mathematischen Modellieren unterstützt werden, beispielsweise indem entsprechende Textstellen markiert, wichtige Informationen aus der Aufgabe im Heft notiert, die Situation mithilfe einer Skizze dargestellt oder im Unterricht nachgespielt wird (Borromeo Ferri et al., 2013). Dabei kann man die Lernenden ermuntern, sich gezielt das Zahlenmaterial zu vereinfachen, um Annahmen zur Situationsstruktur zu prüfen (in den Beispielen von oben: angenommen, es wird der Preis für 12 Stifte gesucht; angenommen, Paula ist nun 4 Runden gelaufen). Vertraute Einkaufskontexte bergen besonderes Potenzial bezüglich der Zugänglichkeit, können aber auch Defizite überdecken. (2) Bei Behandlung der proportionalen Zusammenhänge in niedrigeren Jahrgangsstufen bietet es sich an, zunächst natürliche Verhältnisse zu fokussieren. Um auch rationale Verhältnisse sicher lösen zu können, müssen Lehrkräfte aber verschiedene numerische Strukturen berücksichtigen und ein breiteres Repertoire an Strategietypen anzielen. Für die numerischen Strukturen lässt sich eine Progression über NN-NQ-QN-QQ abbilden, wobei gerade der Schritt zu QN-Aufmerksamkeit benötigt, da er qualitativ andere Strategietypen herausfordern dürfte. Exemplarische Aufgabenmaterialien dazu sind im Anhang in 7.3 dargestellt. Sollten Lernende bei der Aufgabenlösung den falschen Strategietyp auswählen (z.B. additiv), können unter anderem die obigen Bearbeitungshilfen helfen, zunächst die richtige Situationsstruktur zu erkennen und entsprechend den korrekten Strategietyp zu wählen. (3) Wesentliche Merkmale von proportionalen Zusammenhängen, wie internale und externale Verhältnisse und damit einhergehende Lösungsstrategien sollten im Unterricht expliziert werden, damit die Lernenden abhängig vom Zahlenmaterial Strategietypen kontrastieren können. Insbesondere auch leistungsschwache Lernende sollten bei der Bearbeitung von proportionalen Zusammenhängen davon profitieren, sowohl einen externalen als auch internalen Strategietyp explizit kennenzulernen, um dann im Wesentlichen drei Aufgabentypen, nämlich die Strukturen NN, NQ und QN möglichst einfach lösen zu können. Dabei können die verschiedenen Verhältnisse bei inhaltlichen Interpretationen gut unterschieden werden: Externale Verhältnisse als „Einheiten der einen Menge pro Einheit der anderen Menge“ können sprachlich markiert werden („pro“-Verhältnisse) und haben in bestimmten Kontexten eigene Bedeutung (z.B. Preis, Geschwindigkeit). Eine gemeinsam erarbeitete Darstellungsweise ähnlich zu der in Abbildung 5b, die auch Strategien wie Dreisatz oder das Aufstellen von Verhältnisgleichungen vorbereitet, kann die Kommunikation als Bindeglied zwischen Situationsmodell und rechnerischer Bearbeitung im Unterricht unterstützen.

Studien wie die hier vorgestellte eignen sich also, um mithilfe von geschickt designten Testmaterialien generelle Muster von typischem Lösungsverhalten von Lernenden in einem bestimmten Inhaltsbereich zu klären. Die Einsichten können bei der Unterrichtsgestaltung helfen, aber ersetzen individuelle Lernstandsdiagnosen nicht. Die im Beitrag vorgestellten und analysierten Testmaterialien sind in ihrem geschlossenen Antwortformat als digitale Testmaterialien für die Unterrichtspraxis aufbereitet und können von Mathematiklehrkräften nach einer Registrierung bei der lizenzfrei nutzbaren Lernplattform Levumi (Mühling et al., 2017) verwendet werden, um gezielt weitere mögliche Schwierigkeiten einzelner Lernender aufzudecken.

6. Literaturverzeichnis

Borromeo Ferri, R., Greefrath, G., & Kaiser, G. (2013). *Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule. Theoretische und didaktische Hintergründe*. Springer.

Carraher, T., Carraher, D., & Schliemann, A. (1985). Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Developmental Psychology*, *3*, 21–29.

Christou, C., & Philippou, G. (2001). Mapping and development of intuitive proportional thinking. *The Journal of Mathematical Behavior*, *20*(3), 321–336.

Cohors-Fresenborg, E., Sjuts, J., & Sommer, N. (2004). Komplexität von Denkvorgängen und Formalisierung von Wissen. In M. Neubrand (Ed.), *Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in Deutschland. Vertiefende Analysen im Rahmen von PISA 2000* (pp. 109-144). Verlag für Sozialwissenschaften.

Degrande, T., Van Hoof, J., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2018). Open word problems: Taking the additive or the multiplicative road? *ZDM Mathematics Education*, *50*, 91–102.

Degrande, T., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2019). To add or to multiply? An investigation of the role of preference in children's solutions of word problems. *Learning and Instruction*, *61*, 60–71.

Fernández, C., Llinares, S., Van Dooren, W., De Bock, D., & Verschaffel, L. (2011). Effect of number structure and nature of quantities on secondary school students' proportional reasoning. *Studia Psychologica*, *53*(1), 69–81.

Fernández, C., Llinares, S., Van Dooren, W., De Bock, D., & Verschaffel, L. (2012). The development of students' use of additive and proportional methods along primary and secondary school. *European Journal of Psychology of Education*, *27*(3), 421–438. https://doi.org/10.1007/s10212-011-0087-0

Hansen, N., Jordan, N., Fernandez, E., Siegler, R., Fuchs, L., Gersten, R., & Micklos, D. (2015). General and math-specific predictors of sixth-graders' knowledge of fractions. *Cognitive Development*, *35*, 34–49. https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2015.02.001

Mühling, A., Gebhardt, M., & Diehl, K. (2017). Formative Diagnostik durch die Onlineplattform LEVUMI. *Informatik Spektrum*, *40*(6), 556–561. https://doi.org/10.1007/s00287-017-1069-7

Schadl, C. (2020). *Individuelle Lernvoraussetzungen für den Erwerb des Bruchzahlkonzepts: Strukturanalysen und Untersuchung der längsschnittlichen Prädiktivität*. Waxmann.

Schadl, C., & Lindmeier, A. (2025). Preparing for digital learning monitoring in the fraction context: Assessment of students' prior knowledge according to evidence-based cognitive models. *International Journal of Science and Mathematics Education, 23,* 2199–2224. https://doi.org/10.1007/s10763-024-10531-w

Schadl, C., & Ufer, S. (2023a). Beyond linearity: Using IRT-scaled level models to describe the relation between prior proportional reasoning skills and fraction learning outcomes. *Child Development*, *94*(6), 1642–1658. https://doi.org/10.1111/cdev.13954

Schadl, C., & Ufer, S. (2023b). Mathematical knowledge and skills as longitudinal predictors of fraction learning among sixth-grade students. *Journal of Educational Psychology*, *115*(7), 985–1003. https://doi.org/10.1037/edu0000808

Toluk-Ucar, Z., & Bozkus, F. (2018). Elementary school students' and prospective teachers' proportional reasoning skills. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, *19*, 205–222.

Van Dooren, W., De Bock, D., Evers, M., & Verschaffel, L. (2009). Students' overuse of proportionality on missing-value problems: How numbers may change solutions. *Journal for Research in Mathematics Education*, *40*(2), 187–211.

Van Dooren, W., De Bock, D., & Verschaffel, L. (2010). From addition to multiplication … and back: The development of students' additive and multiplicative reasoning skills. *Cognition and Instruction*, *28*(3), 360–381. https://doi.org/10.1080/07370008.2010.488306

Notation

Schadl, C., Ufer, S. & Lindmeier, A. (2026). Andere Zahlen – andere Strategietypen? Adaptive Strategiewahl beim Lösen von Aufgaben zur Proportionalität in der Sekundarstufe I. *Zeitschrift für Mathematikdidaktik in Forschung und Praxis*, *7*. https://doi.org/10.48648/n58p-t811

7. Anhang

7.1 Darstellung der Methode

Die Beantwortung der ersten Fragestellung beruht auf einer dichotomen Raschmodellierung (Schadl, 2020; Schadl & Lindmeier, 2025; Schadl & Ufer, 2023a), wobei die Daten aus beiden Antwortformaten gemeinsam analysiert wurden. Für die zweite Fragestellung wurde bei dem offenen Aufgabenformat kodiert, ob die Lernenden einen multiplikativen oder additiven Strategietyp (jeweils Differenzierung in externale und internale Strategietypen), einen Dreisatz oder einen sonstigen Strategietyp nutzten. Auf Grundlage des geschlossenen Aufgabenformates liefern die Datenanalysen lediglich Hinweise für eine vermeintliche Strategienutzung.

7.2 Ergebnisse

	NN	NQ	QN	QQ
Offenes Format	58.2; 71.5	45.0; 55.2	22.4	
Geschlossenes Format	22.2 – 34.0	24.7 – 45.8	16.9 – 24.0	10.7 – 18.1
Einkaufskontexte	68.1 – 78.6	49.7 – 73.5	51.3 – 61.4	22.2 – 47.7

Tabelle A1: Lösungsraten für die numerischen Strukturen NN, NQ, QN und QQ im offenen und geschlossenen Aufgabenformat sowie für die Einkaufskontexte
Anmerkung. Angaben in Prozent.

	NN			NQ			QN			QQ		
	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3
Multiplikativ	69.6	71.3	68.1	66.7	68.1	49.7	58.0	61.4	52.1	42.8	47.7	22.2
Additiv	5.5	8.6	8.3	11.8	11.5	15.3	11.0	14.5	-	18.9	19.0	27.8
Sonstige Strategie	13.9	11.6	15.0	9.7	9.4	19.8	16.2	7.7	22.7	12.9	14.7	34.1
Kein Ergebnis ist richtig	7.6	7.2	5.9	8.4	8.0	12.5	9.2	12.6	17.4	20.5	14.2	12.8
Nicht bearbeitet	3.4	1.3	2.8	3.4	2.9	2.8	5.5	3.8	2.8	5.0	4.3	3.1

Tabelle A2: Strategienutzung in Klassenstufe 5 zu den verschiedenen numerischen Strukturen der Einkaufskontexte
Anmerkung. Angaben in Prozent. T1 = Test 1, T2 = Test 2, T3 = Test 3. ‚-' markiert, dass ein Ergebnis, welches auf die Nutzung des entsprechenden Strategietyps hindeuten könnte, nicht vorgegeben war.

	NN			NQ			QN			QQ		
	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3
Multiplikativ	-	-	-	45.7	31.9	26.7	19.2	23.1	20.1	12.1	13.1	11.5
Additiv	27.8	49.6	40.6	-	34.0	40.6	52.2	57.9	62.2	63.3	57.9	54.2
Sonstige Strategie	35.4	24.4	29.2	31.8	26.3	27.8	17.8	14.5	13.2	17.6	20.6	29.5
Kein Ergebnis ist richtig	34.1	22.5	27.4	20.2	5.4	3.1	8.4	2.7	2.1	3.9	6.2	2.8
Nicht bearbeitet	2.6	3.5	2.8	2.4	2.4	1.7	2.4	1.9	2.4	3.1	2.1	2.1

Tabelle A3: Strategienutzung in Klassenstufe 5 zu den verschiedenen numerischen Strukturen der Nicht-Einkaufskontexte mit Vielfachen von 10 als Zahlenmaterial
Anmerkung. Angaben in Prozent. T1 = Test 1, T2 = Test 2, T3 = Test 3. ‚-' markiert, dass ein Ergebnis, welches auf die Nutzung des entsprechenden Strategietyps hindeuten könnte, nicht vorgegeben war.

	NN			NQ			QN			QQ		
	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3
Multiplikativ	33.9	23.3	22.2	27.0	25.7	24.7	19.9	16.9	24.0	17.8	10.7	18.1
Additiv	33.9	49.6	50.0	46.2	-	44.8	58.3	53.1	51.0	59.1	48.8	60.4
Sonstige Strategie	22.3	18.0	18.4	14.2	45.6	25.8	14.2	20.9	16.4	13.3	28.1	16.0
Kein Ergebnis ist richtig	6.3	7.0	6.6	9.2	26.3	3.1	4.7	7.2	6.3	7.6	9.9	4.2
Nicht bearbeitet	3.7	2.1	2.8	3.4	2.4	1.7	2.9	1.9	2.4	2.1	2.4	1.4

Tabelle A4: Strategienutzung in Klassenstufe 5 zu den verschiedenen numerischen Strukturen der Nicht-Einkaufskontexte mit keinen Vielfachen von 10 als Zahlenmaterial
Anmerkung. Angaben in Prozent. T1 = Test 1, T2 = Test 2, T3 = Test 3. ‚-' markiert, dass ein Ergebnis, welches auf die Nutzung des entsprechenden Strategietyps hindeuten könnte, nicht vorgegeben war.

	Einkaufskontext (Schreibwarenladen)				Nicht-Einkaufskontexte					Additive Struktur	
	NN	NQ	QN	QQ	NN		NQ		QN	NN	QN
					A1	A2	A1	A2			
	N=403	*N*=387	*N*=358	*N*=316	*N*=402	*N*=387	*N*=361	*N*=383	*N*=354	*N*=396	*N*=370
Multiplikativ	77.9	72.4	64.8	47.2	71.4	63.6	56.5	47.8	26.0	47.2	12.2
Additiv	0.5	0.6	3.4	6.3	15.1	19.4	13.0	30.3	50.0	32.6	59.5
Sonstige Strategie	16.1	18.3	34.2	34.2	7.2	12.1	16.9	9.4	9.3	10.9	11.9
Ohne Rechenweg	5.5	8.8	12.3	12.3	6.2	4.9	13.6	12.5	14.7	9.3	16.5

Tabelle A5: Strategienutzung in Klassenstufe 6 zu Aufgaben mit multiplikativer (Einkaufs- und Nicht-Einkaufskontexte) und additiver Situationsstruktur
Anmerkung. Angaben in Prozent. A1 = Aufgabe 1, A2 = Aufgabe 2. Bei den Teilstichproben handelt es sich jeweils um alle Lernenden, die die Aufgabe bearbeitet haben.

	Einkaufskontext (Schreibwarenladen)				Nicht-Einkaufskontexte					Additive Struktur	
	NN	NQ	QN	QQ	NN		NQ		QN	NN	QN
					A1	A2	A1	A2			
	N=403	*N*=387	*N*=358	*N*=316	*N*=402	*N*=387	*N*=361	*N*=383	*N*=354	*N*=396	*N*=370
Multiplikativ external	26.8	43.7	5.3	7.9	63.2	54.3	55.4	42.8	7.1	40.4	0
Multiplikativ internal	51.1	28.7	59.5	39.3	8.2	9.3	1.1	5.0	18.9	6.8	12.2
Additiv external	0	0.3	3.1	3.8	14.4	18.9	4.7	27.2	49.2	30.8	58.4
Additiv internal	0.5	0.3	0.3	2.5	0.7	0.5	8.3	3.1	0.8	1.8	1.1

Tabelle A6: Fokussierung des externalen und internalen Verhältnisses bei Nutzung eines multiplikativen oder additiven Strategietyps in Klassenstufe 6 bei Aufgaben mit multiplikativer (Einkaufs- und Nicht-Einkaufskontexte) und additiver Situationsstruktur
Anmerkung. Angaben in Prozent. A1 = Aufgabe 1, A2 = Aufgabe 2. Bei den Teilstichproben handelt es sich jeweils um alle Lernenden, die die Aufgabe bearbeitet haben.

7.3 Aufgabenmaterialien

Numerische Struktur NN
Petra und Max springen Seil.
Sie beginnen gleichzeitig, doch Max springt langsamer.
Als Max 12-mal gesprungen ist, ist Petra bereits 24-mal gesprungen.
Kurz darauf ist Max 48-mal gesprungen.
Wie oft ist Petra dann gesprungen? Wähle aus.
Beide werden beim Springen nicht schneller und nicht langsamer.
□ 96 □ 12 □ 84 □ 60 □ 36 □ Kein Ergebnis ist richtig.

Numerische Struktur NQ
Jacob und Luisa bereiten für ihre Party Saftschorle zu.
Sie möchten beide den gleichen Fruchtgehalt erhalten.
Jacob mischt 30 Tassen Saft mit 60 Tassen Wasser.
Luisa verwendet 45 Tassen Saft.
Wie viele Tassen Wasser benötigt Luisa?
Wähle aus.
□ 15 □ 135 □ 90 □ 45 □ 60 □ Kein Ergebnis ist richtig.

Numerische Struktur QN
Florian und Ben backen für ein Sommerfest Muffins.
Sie möchten beide die gleiche Teigmischung erhalten.
Florian verwendet 30 Esslöffel Zucker und 40 Esslöffel Mehl.
Ben verwendet 120 Esslöffel Zucker.
Wie viele Esslöffel Mehl benötigt Ben?
Wähle aus.
□ 160 □ 110 □ 130 □ 190 □ 210 □ Kein Ergebnis ist richtig.

Numerische Struktur QQ
Anna und Tobias laufen Schlittschuhe.
Sie laufen gemeinsam los, doch Tobias ist schneller.
Als Anna 20 m zurückgelegt hat, ist Tobias bereits 30 m gelaufen.
Nach einer Weile hat Anna 50 m zurückgelegt.
Wie viele m ist Tobias dann gelaufen?
Wähle aus.
Beide werden nicht schneller und nicht langsamer.
□ 60 □ 100 □ 80 □ 40 □ 75 □ Kein Ergebnis ist richtig.